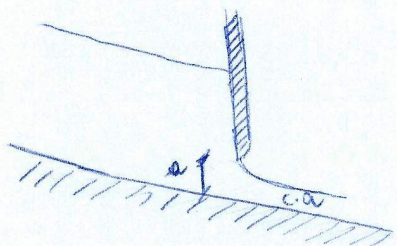


Risultato idraulico e funzione di Bresse: la luce di fondo.

La luce di fondo è una parabola che serve a regolare il deflusso dell'acqua:

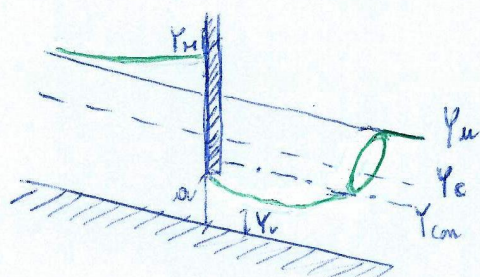


Si introduce il coefficiente di contrazione C_c , cioè il rapporto tra l'area della sezione di area minima della neve liquida determinata dalla contrazione a valle della luce e l'area della sezione della luce:

$$Y_H + \frac{U_H^2}{2g} = Y_V + \frac{U_V^2}{2g} \quad E_H = E_V$$

$$Y_H + \frac{Q^2}{2g \cdot R_H^3} = Y_V + \frac{Q^2}{2g \cdot R_V^3} = ca + \frac{Q^2}{2g(bca)^3}$$

Consideriamo ad esempio un alveo fluviale:



$$a = 0,80 \text{ m}$$

$$C_c = 0,61$$

$$Q = 350 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\alpha_p = 0,9080$$

$$K_s = 30 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$$

$$b = 80 \text{ m} \quad Y_H = ca = 0,49 \text{ m}$$

$$Y_{infH} = \left(\frac{Q}{b K_s \alpha_p} \right)^{3/5} = 1,34 \quad Y_H = ca + \frac{Q^2}{2g(a b c)^3} = 4,58 \text{ m}$$

$$Y_H: F(Y) = \frac{Q}{K_s \alpha_p} - (bY)^{5/3} \cdot (b+2Y)^{-2/3}$$

$$F'(Y) = (bY)^{5/3} \cdot (b+2Y)^{-2/3} \left[-\frac{5}{3Y} + \frac{4}{3(b+2Y)} \right]$$

Metodo di Newton:

n	Y_n	$f(Y_n)$	$f'(Y_n)$	$\epsilon < 10^{-3}$
0	1,341	2,81	-156,56	-
1	1,359	-0,014	-157,88	0,013
2	1,359	---	---	~0

$$\Rightarrow Y_{Hz} = 1,36 \text{ m}$$

$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b}} = \sqrt[3]{\frac{350^2 \text{ m}^6/\text{s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 80 \text{ m}}} = 1,25 \text{ m}$$

$$Y_H > Y_c \Rightarrow \text{alveo fluviale}$$

$$Fr = \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{b}{Y^3} = 0,81 \Rightarrow Fr = 0,90 \text{ usando } Y_H = 1,34 \text{ m}$$

Per applicare la funzione di Bresse a servono:

$$y = \frac{Y}{Y_H} = \frac{Y_H(1+0,01)}{Y_H} = 1+0,01 = 1,01 \text{ supponendo } Y = 1,01 Y_H$$

$$K = \frac{Y_c}{Y_H} = \frac{1,25 \text{ m}}{1,34 \text{ m}} = 0,933$$

$$\alpha_0 = \frac{Y_0}{Y_H} = \frac{4,59 \text{ m}}{1,34 \text{ m}} = 3,43 \quad Y_0 = Y_H$$

$$\cos \theta = -0,6046$$

Dalla tabella della funzione di Bresse, facendo le medie tra $\phi(3,42)$ e $\phi(3,44)$ si ottiene $\phi(y_0) = \phi(3,43) = 0,04295$.

Sempre dalla tabella: $\phi(y) = \phi(1,01) = 1,4192$.

Quindi:

$$x - x_0 = \frac{Y_u}{if} \left\{ (y - y_0) - (1 - k^3) [\phi(y) - \phi(y_0)] \right\} = \frac{1,34 \text{ m}}{0,0080} \left\{ (1,01 - 3,43) + \right. \\ \left. - (1 - 0,933^3) \cdot (1,4192 - 0,04295) \right\} = -449 \text{ m} = x_2$$

Gli effetti della luce di fondo si propagano verso monte per 449 m!

Verso valle invece, calcolando la profondità coniugata di $Y_u = 1,34 \text{ m}$:

$$Y_{con} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 Fr^2}}{2} \quad Y_u = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 0,81}}{2} \cdot 1,34 \text{ m} = 1,16 \text{ m}$$

$$Fr^2(Y_{con}) = \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{b}{(Y_{con} \cdot b)^3} = 1,25 \Rightarrow Fr = 1,12$$

Ci servono:

$$y = \frac{Y_{con}}{Y_u} = \frac{1,16 \text{ m}}{1,34 \text{ m}} = 0,87 \quad k = \frac{Y_c}{Y_u} = 0,933 \quad y_0 = \frac{Y_0}{Y_u} = \frac{0,49 \text{ m}}{1,34 \text{ m}} = 0,37 \quad Y_0 = Y_v$$

$$\cos b = -0,6046 \quad \phi(y) = 0,51655 \quad \phi(y_0) = 0,22975$$

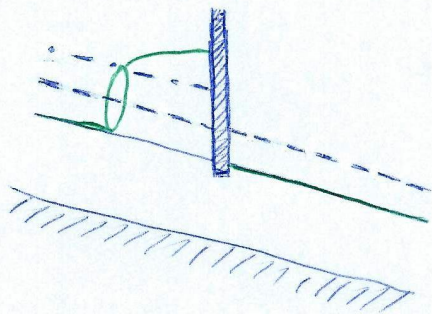
Perciò:

$$x - x_0 = \frac{Y_u}{if} \left\{ (y - y_0) - (1 - k^3) [\phi(y) - \phi(y_0)] \right\} = \frac{1,34 \text{ m}}{0,0080} \left[(0,87 - 0,37) - (1 - 0,933^3) (0,51655 - 0,22975) \right] =$$

$$\cong 60 \text{ m}$$

Gli effetti della luce di fondo si propagano verso valle per 60 m.

Passiamo ad un alveo di tipo torrentizio:



$$Q = 350 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = 0,0200$$

$$K_s = 30 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$$

$$b = 80,00 \text{ m}$$

$$a = 0,80 \text{ m}$$

$$c = 0,61$$

$$Y_{\text{unif}} = \left(\frac{Q}{b K_s \sqrt{\eta}} \right)^{3/5} = 1,02 \text{ m}$$

$$Y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\frac{350^2}{9,81 \cdot 80^2}} = 1,25 \text{ m}$$

Iterazione per ottenere la profondità di moto uniforme:

$$F(Y) = \frac{Q}{K_s \sqrt{\eta}} - (bY)^{5/3} \cdot (b+2Y)^{-2/3}$$

$$F(Y) = (bY)^{5/3} \cdot (b+2Y)^{-2/3} \left[\frac{5}{3Y} + \frac{4}{3(2Y+b)} \right]$$

m	Y_m	$F(Y_m)$	$F'(Y_m)$	$\Sigma < 10^{-3}$
0	1,02	1,189	-131,535	-
1	1,028	0,165	-132,194	$7,84 \cdot 10^{-3}$
2	1,029	$6,599 \cdot 10^{-4}$	-132,277	$9,72 \cdot 10^{-4}$

$$\Rightarrow Y_u = 1,03 \text{ m} < 1,25 \text{ m} = Y_c \Rightarrow \text{alveo torrentizio}$$

$$Fr^2(Y_u) = \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{b}{Y_u^3} = 1,84 \Rightarrow Fr(Y_u) = 1,36$$

Applicazione funzione di Brresse:

$$Y_r = c \cdot a = 0,49 \text{ m} \quad y = \frac{Y}{Y_u} = \frac{Y_u (1-0,01)}{Y_u} = 0,99$$

$$K = \frac{Y_c}{Y_u} = 1,225$$

$$\cos b = -0,6046$$

$$y_0 = \frac{Y_r}{Y_u} = 0,48$$

$$\phi(y_0) = \phi(0,48) = -9,1104$$

$$\phi(y) = \phi(0,99) = 1,4125$$

Nell'iterazione precedente abbiamo usato $1+0,01$ perché la corrente di monte tende a Y_u "dall'alto". In questo caso serve $1-0,01$ perché la corrente di valle tende a Y_u "dal basso".

Quindi:

$$x - x_0 = \frac{Y_u}{\eta} \left\{ (y - y_0) - (1 - K^3) [\phi(y) - \phi(y_0)] \right\} = \frac{1,02 \text{ m}}{0,02} \left[(0,99 - 0,48) - (1 - 1,225^3) (1,4125 + 9,1104) \right] = 9,1 \text{ m}$$

Applichiamo la funzione di Bresse a monte, ci servono:

$$Y_{con}(Y_u) = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8F_z^2}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 \cdot 1,84^2}}{2} = 1,48 \text{ m}$$

$$F_z^2(Y_{con}) = \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{b}{Q^3} = 0,60 \Rightarrow F_z(Y_{con}) = 0,78$$

Calcoliamo la Y_m di monte:

$$Y_m = ca + \frac{Q^2}{2g(Lca)^2} = 4,58 \text{ m}$$

Procediamo con Bresse:

$$y = \frac{Y_{con}}{Y_u} = 1,45$$

$$K = \frac{Y_c}{Y_u} = 1,225$$

$$\cos b = -0,6046$$

$$y_0 = \frac{Y_m}{Y_u} = 4,45$$

$$\phi(y) = Y(1,45) = \frac{0,2727 + 0,2824}{2} = 0,27755$$

$$\phi(y_0) = \frac{0,0253 + 0,0255}{2} = 0,0508$$

Quindi:

$$\begin{aligned} x - x_0 &= \frac{Y_u}{2} \left\{ (y - y_0) - (1 - K^3) [\phi(y) - \phi(y_0)] \right\} = \frac{1,02 \text{ m}}{0,02} \left[(1,45 - 4,45) - (1 - 1,225^3) [0,27755 - 0,0508] \right] \\ &= -14,3 \text{ m} \end{aligned}$$

Gli effetti della luce di fondo si propagano a valle per 91 m e a monte per 14,3 m!